Mapas de Karnaugh (K-MAPS)

Os Mapas de Karnaugh são umas das ferramentas mais poderosas e acessíveis para simplificar expressões booleanas e otimizar circuitos lógicos em Sistemas Digitais.

Foram criados por Maurice Karnaugh nos anos 50, estes fornecem uma abordagem visual para originar uma simplificação na identificação de padrões e nas expressões lógicas, tornando-o mais eficiente e com uma menor “percentagem” de apresentar erros.

Como funcionam?

Estes mapas organizam-se em grades bidimensionais e para cada célula dessa grade irá haver uma possível combinação de dados de entrada. Estas células são dispostas adjacentemente sendo diferenciadas por um único bit, o que simplifica a identificação do seu grupo (1s ou 0s), para que possam ser combinados para serem simplificados.

Então chegará um momento em que cada uma das células será preenchida por um valor da tabela de verdade correspondente à combinação de entrada em causa. Depois há que identificar os grupos que correspondem ao 1s e multiplicar em potências de base 2, após isso iremos obter a expressão booleana de uma forma simplificada e mais eficiente.

Tipos de K-Maps

Existem 3 tipos de mapas de karnaugh, sendo eles:

2 variáveis → é um mapa de 2x2 que tem 4 células, isto é um a e um b, cada um com apenas duas entradas(1 e 0) e por isso irá originar 4 células;

3 variáveis → é um mapa de 2x4 que tem 8 células, isto é um a, um b, um c, cada um com apenas duas entradas(1 e 0), sendo que uma das variáveis (a,b,c) irá ser o dado de “controlo” e os outros dois irão se “juntar” através de uma porta AND, originando um gray code e originará assim 8 células;

4 variáveis → é um mapa de 4x4 que tem 16 células, isto é um a, um b, um c, um d, cada um com apenas duas entradas(1 e 0), sendo que as variáveis (a,b,c,d) irão se “juntar”, dois a dois, através de uma porta AND (Por Exemplo: ab e cd), formando dois gray codes e originará assim 16 células;

Mapa de Karnaugh versus Tabela de Verdade

Tabela de Verdade:

A B C Y

0 0 0 0

0 0 1 1

0 1 0 0

0 1 1 1

1 0 0 0

1 0 1 1

1 1 0 1

1 1 1 1

Mapa de karnaugh(3 variáveis):

BC = 00 BC = 01 BC = 10 BC = 11

A = 0 0 1 2 3

A = 1 4 5 6 7

Basicamente através destas tabelas podemos observar que se obtêm diferentes resultados pois na tabela de verdade os possíveis resultados ou iram ser 0 ou 1, já o mapa de karnaugh representam uma maior variação de resultados pois quando alguma parte da leitura do gray code ou da variável A forem 1 contamos qual a sua posição, neste caso 0 ou 1 ou 2, e multiplicaremos em potência de base 2, dependendo da posição da leitura do 1.

Neste caso podemos ainda simplificar a expressão booleana dividindo este mapas em grupos, sendo eles:

Grupo 1 → vai ser um grupo de 2 células formado por (A = 0, BC = 01; A = 0, BC = 11), pois na tabela de verdade o Y dá 1.

Grupo 2 → vai ser um grupo de 2 células formado por (A = 1, BC = 00; A = 1, BC = 01), pois na tabela de verdade o Y dá 1.

Após isso iremos conseguir chegar à expressão simplificada pois analisando e dividindo os grupos em partes iremos conseguir reparar que:

no grupo 1 tanto o A como o B com valores que não se alteram neste caso e o C varia, logo este grupo simplificado origina (!A AND B) → pomos !A pois se A = 1 !A = 0

Já no grupo 2 o A e o C com valores que não se alteram neste caso e o B varia, logo este grupo simplificado origina (A AND !C) → pomos !C pois se C = 1 !C = 0

Logo a expressão booleana simplificada fica:

Y = (!A AND B) OR (A AND !C)